Marked by Teachers
This document was downloaded from www.markedbyteachers.com

Alfonso González Ortiz
2H

Matemáticas NM
Paralelas y Paralelogramos

Prof. Antonio Jané

Colegio Americano de Puebla

Marked by Teachers

This document was downloaded from www.markedbyteachers.com

Paralelas y Paralelogramos NM TIPO 1

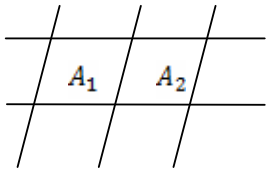
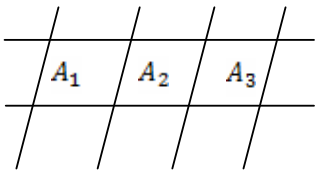


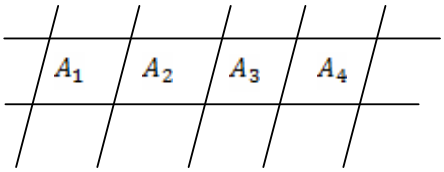
Figura 1

1. Cuando tenemos una figura como la que se muestra arriba y añadimos a la misma una cuarta transversal, podemos notar y comprobar que se forman seis paralelogramos. Para comprobar lo dicho anteriormente utilizaré la notación de conjuntos.



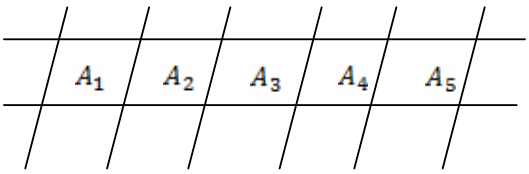
$A_1, A_2, A_3, A_1 \cup A_2, A_2 \cup A_3, A_1 \cup A_2 \cup A_3$

2. Al repetir el proceso anterior pero ahora con cinco, seis y siete rectas transversales obtenemos lo siguiente:



Cuando tenemos cinco rectas transversales se forman diez paralelogramos y para esto podemos utilizar la notación de conjuntos para comprobar lo dicho anteriormente.

$A_1, A_2, A_3, A_4, A_1 \cup A_2, A_2 \cup A_3, A_3 \cup A_4, A_1 \cup A_2 \cup A_3, A_2 \cup A_3 \cup A_4, A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$



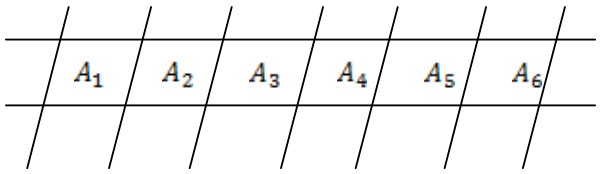
Asimismo podemos notar que al aumentar otra recta transversal se forman quince paralelogramos y utilizaré la notación de conjuntos para comprobar esto.

Marked by Teachers

This document was downloaded from www.markedbyteachers.com

$A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_1 \cup A_2, A_2 \cup A_3, A_3 \cup A_4, A_4 \cup A_5, A_1 \cup A_2 \cup A_3, A_2 \cup A_3 \cup A_4, A_3 \cup A_4 \cup A_5,$
$A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4, A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5, A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5$

Por último añadiré una recta transversal más a la figura teniendo así siete rectas transversales. Luego de contar los paralelogramos puedo decir que son de un total de veintiún paralelogramos en la figura y esto lo puedo comprobarlo utilizando el método de conjuntos.



$A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_1 \cup A_2, A_2 \cup A_3, A_3 \cup A_4, A_4 \cup A_5,$
$A_5 \cup A_6, A_1 \cup A_2 \cup A_3, A_2 \cup A_3 \cup A_4, A_3 \cup A_4 \cup A_5,$
$A_4 \cup A_5 \cup A_6, A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4, A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5, A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup A_6, A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5$
$, A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup A_6, A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup A_6$

Al final de estos ejercicios y comprobar con el método de paralelogramos y estar más familiarizado con este tema y notación me di cuenta que existe cierta relación entre las rectas paralelas que cortan a dos rectas horizontales y los paralelogramos que se forman al realizar esto. Pude encontrar que la relación entre estos elementos; elaborar una proposición general para estos problemas en específico; y poder comprobarla llevándola a cabo con los mismos ejercicios anteriores, y la fórmula es la siguiente:

$\frac{(x)(x-1)}{2}$= número de paralelogramos en la figura

X= número de rectas transversales

Tomando ya esta fórmula en cuenta podemos ponerla a prueba con los ejercicios anteriores y saber si funciona o no.

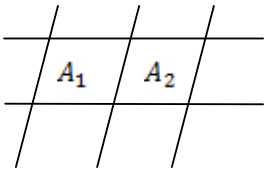
Encontrar esta fórmula fue motivo de razonamiento y entendimiento de las formas de los paralelos y paralelogramos. La formula la encontré de forma mental y para ello no utilicé ningún medio tecnológico. Para empezar me di cuenta que para que se formara un paralelogramo se necesitaban dos rectas verticales, entonces como consecuente seis rectas paralelas forman cinco paralelogramos. Mientras realizaba los ejercicios para encontrar cuantos paralelos contenía cada figura con variaciones de rectas paralelas verticales me di cuenta que cinco rectas verticales multiplicadas por cuatro que resultan el número de paralelogramos

Marked by Teachers

This document was downloaded from www.markedbyteachers.com

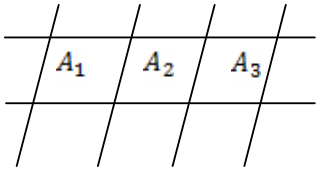
(explicado en las líneas anteriores) resultaba veinte y que la mitad era diez, el número exacto de paralelogramos que se encuentran en esa figura. Entonces en ese momento me fui a otro ejemplo e hice el mismo cálculo con la sustitución respondiente y me di cuenta que también funcionaba así que establecí esa fórmula como un modelo para ese tipo de figuras. Esta fórmula es del todo válida porque no utilicé nada más que mi pensamiento, razonamiento, lápiz y papel para extraerla de las relaciones que pude encontrar en las figuras de paralelogramos y aparte es confiable ya que la he probado y da resultados exactos con los paralelogramos.

Si contemplamos esta figura podemos ver que contiene tres rectas paralelas y su último paralelogramo enumerado es A_2; usando la formula $\frac{(x)(x-1)}{2}$ y sustituyendo obtenemos los siguientes resultados: $\frac{(3)(3-1)}{2} = \frac{(3)(2)}{2} = \frac{6}{2} = 3$ paralelogramos



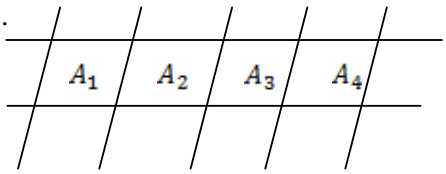
Ahora probemos con los siguientes ejercicios con los cuales sus resultados correspondientes ya fueron comprobados anteriormente con la fórmula de conjuntos:

a.



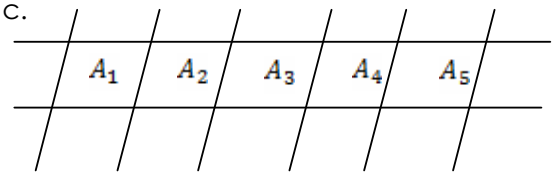
$\frac{(x)(x-1)}{2}$ Sustitución $\frac{(4)(4-1)}{2}$ Solución $\frac{(4)(3)}{2} = \frac{12}{2} = 6$ paralelogramos

b.



$\frac{(x)(x-1)}{2}$ Sustitución $\frac{(5)(5-1)}{2}$ Solución $\frac{(5)(4)}{2} = \frac{20}{2} = 10$ paralelogramos

c.

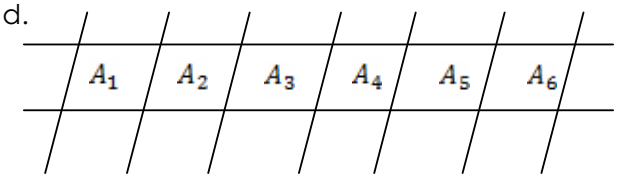


Marked by Teachers

This document was downloaded from www.markedbyteachers.com

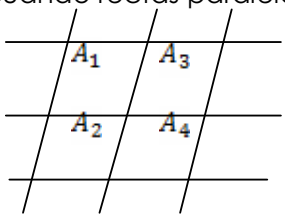
$\frac{(x)(x-1)}{2}$ Sustitución $\frac{(6)(6-1)}{2}$ Solución $\frac{(6)(5)}{2} = \frac{30}{2}$ = 15 paralelogramos

d.



$\frac{(x)(x-1)}{2}$ Sustitución $\frac{(7)(7-1)}{2}$ Solución $\frac{(7)(6)}{2} = \frac{42}{2}$ = 21 paralelogramos

3. A continuación consideraré el número de paralelogramos que se forman cuando rectas paralelas transversales cortan a tres rectas paralelas horizontales

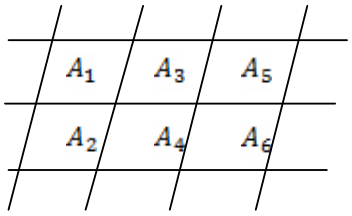


Cuando observamos este tipo de figura podemos notar que contiene tres paralelas horizontales y tres paralelas verticales las cuales forman una cierta cantidad de paralelogramos y para poder contarlos asertivamente podemos usar la notación de conjuntos.

$A_1, A_2, A_3, A_4, A_1 \cup A_2, A_2 \cup A_4, A_4 \cup A_3, A_3 \cup A_1, A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$

Después de usar la notación de conjuntos podemos decir de exactamente hay nueve paralelogramos que se encuentran en la figura.

Ahora tomemos en cuenta que a la figura anterior con tres paralelas horizontales y tres paralelas verticales se le aumenta una paralela vertical más y contar los paralelos que contiene comprobando la respuesta usando la notación de conjuntos.



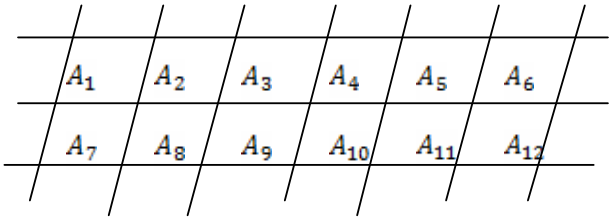
$A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_1 \cup A_2, A_3 \cup A_4, A_5 \cup A_6, A_1 \cup A_3, A_3 \cup A_5, A_2 \cup A_4, A_4 \cup A_6, A_1 \cup A_3 \cup A_5,$
$A_2 \cup A_4 \cup A_6, A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4, A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup A_6, A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup A_6$

Marked by Teachers

This document was downloaded from www.markedbyteachers.com

Después de contar los paralelogramos con la ayuda de la notación de conjuntos puedo afirmar que esa figura contiene dieciocho paralelogramos.

Ahora veamos otra figura con tres rectas horizontales cortadas por siete rectas verticales y usando la notación de conjuntos comprobemos que contiene sesenta y tres paralelogramos.



$A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8, A_9, A_{10}, A_{11}, A_{12}, A_1 \cup A_2, A_2 \cup A_3, A_3 \cup A_4, A_4 \cup A_5,$
$A_5 \cup A_6, A_7 \cup A_8, A_8 \cup A_9, A_9 \cup A_{10}, A_{10} \cup A_{11}, A_{11} \cup A_{12}, A_1 \cup A_7, A_2 \cup A_8, A_3 \cup A_9,$
$A_4 \cup A_{10}, A_5 \cup A_{11}, A_6 \cup A_{12}, A_1 \cup A_2 \cup A_3, A_2 \cup A_3 \cup A_4, A_3 \cup A_4 \cup A_5,$
$A_4 \cup A_5 \cup A_6, A_7 \cup A_8 \cup A_9, A_8 \cup A_9 \cup A_{10}, A_9 \cup A_{10} \cup A_{11},$
$A_{10} \cup A_{11} \cup A_{12}, A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4, A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5,$
$A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup A_6, A_7 \cup A_8 \cup A_9 \cup A_{10}, A_8 \cup A_9 \cup A_{10} \cup A_{11}, A_9 \cup A_{10} \cup A_{11} \cup A_{12},$
$A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5,$
$A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup A_6, A_7 \cup A_8 \cup A_9 \cup A_{10} \cup A_{11}, A_8 \cup A_9 \cup A_{10} \cup A_{11} \cup A_{12}, A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup A_6, A_7 \cup A_8 \cup A_9 \cup A_{10} \cup A_{11} \cup A_{12}$
,
$A_1 \cup A_2 \cup A_7 \cup A_8, A_2 \cup A_3 \cup A_8 \cup A_9, A_3 \cup A_4 \cup A_9 \cup A_{10}, A_4 \cup A_5 \cup A_{10} \cup A_{11}, A_5 \cup A_6 \cup A_{11} \cup A_{12}, A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_7 \cup A_8 \cup A_9$
, $A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_8 \cup A_9 \cup A_{10},$
$A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup A_9 \cup A_{10} \cup A_{11}, A_4 \cup A_5 \cup A_6 \cup A_{10} \cup A_{11} \cup A_{12}, A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_7 \cup A_8 \cup A_9 \cup A_{10}, A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup A_8 \cup A_9 \cup A_{10} \cup A_{11}, A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup A_6 \cup A_9 \cup A_{10} \cup A_{11} \cup A_{12}, A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup A_7 \cup A_8 \cup A_9 \cup A_{10} \cup A_{11}$
,
$A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup A_6 \cup A_8 \cup A_9 \cup A_{10} \cup A_{11} \cup A_{12}, A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup A_6 \cup A_7 \cup A_8 \cup A_9 \cup A_{10} \cup A_{11} \cup A_{12}$

Para el caso de tres rectas horizontales y rectas verticales infinitas, pude localizar una relación entre los elementos que la componen y realicé la siguiente fórmula:

$\frac{3((x)(x-1))}{2}$= número de paralelogramos en la figura

X= número de rectas verticales de la figura

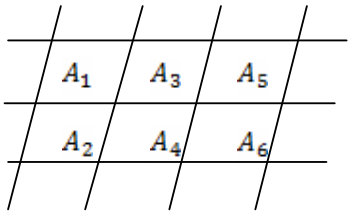
Marked by Teachers

This document was downloaded from www.markedbyteachers.com

Esta fórmula, como la anterior la elaboré mentalmente sin el uso de medios tecnológicos. Esta fórmula fue más sencilla de analizar que la primera ya que tenía la primera fórmula como base y supe como analizar y hacer concordar los elementos para así llegar a la fórmula. La fórmula de este tipo es igual que la anterior y lo que varía es que el numerador de la fracción se multiplica por tres. Creo que esta multiplicación por tres se debe a que en la secuencia que se encuentra en el aumento de los paralelogramos dependiendo de las rectas verticales es de tres. Esta fórmula de este tipo de paralelogramos que contiene tres rectas horizontales y un número infinito de paralelas verticales es, al igual que la primera fórmula es el inciso anterior es del todo válida ya que es simplemente una derivación de la fórmula anterior y también funciona bien con los ejercicios pero es exclusiva de los paralelogramos que tienen tres rectas horizontales.

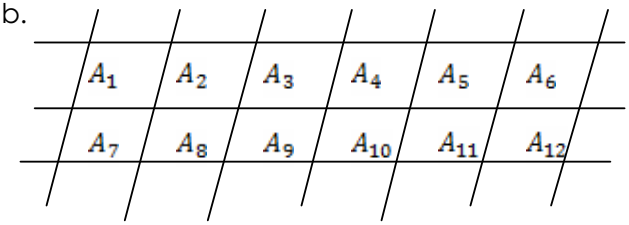
Ahora pongamos a prueba la fórmula y comprobemos que es efectiva en todos los casos de este tipo.

a.



$\frac{3((x)(x-1))}{2}$ Sustitución $\frac{3((4)(4-1))}{2}$ Solución $\frac{3((4)(4-1))}{2} = \frac{3(12)}{2} = \frac{36}{2}$=18 paralelogramos

b.



$\frac{3((x)(x-1))}{2}$ Sustitución $\frac{3((7)(7-1))}{2}$ Solución $\frac{3((7)(7-1))}{2} = \frac{3(42)}{2} = \frac{126}{2}$=63 paralelogramos

4. Al extender mis resultados obtenidos con las fórmulas anteriores me di cuenta que también existe una fórmula que se puede utilizar en todos los casos de que n rectas paralelas transversales corten a m rectas paralelas horizontales. La fórmula la construí analizando las fórmulas anteriores que había obtenido para esos casos de figuras en las que dos o tres paralelas horizontales cortaban hasta siete paralelas transversales. Después de estar buscando alguna relación entre las

Marked by Teachers
This document was downloaded from www.markedbyteachers.com

rectas transversales y rectas horizontales y las fórmulas obtenidas en los incisos anteriores pude llegar a la conclusión de que las rectas transversales y horizontales y los paralelogramos que se forman entre esas rectas están estrechamente relacionados unos con otros. Esta fórmula general es una fórmula que está compuesta de la primera solo que con mas operaciones. La fórmula que obtuve es la siguiente:

(((m)(n))*((m-1)(n-1)))/4

La fórmula general la obtuve más que nada enfocándome a la primera fórmula que obtuve porque la segunda fórmula en relación con la primera no pude encontrar nada similar o encontrar algún tipo de fusión entre las mismas u otra fórmula siguiendo un patrón de las primeras dos. Lo que pude encontrar es que la primera fórmula que obtuve servía para n rectas transversales entonces lo que hice fue duplicarla para que asimismo funcionara para m rectas horizontales. Al principio simplemente dupliqué el numerador y no funcionaba hasta que me di cuenta que si dupliqué la mitad de la fórmula también podía ser que se duplicara toda y así fue como llegué a la fórmula general.

5.

paralelas transversales (n)	paralelas horizontales (m)	paralelogramos	fórmula general
2	6	15	=((B2*A2)*((B2-1)*(A2-1)))/4
3	7	63	
4	8	168	
5	9	360	
6	10	675	
7	11	1155	
8	12	1848	
9	13	2808	