Binomios Matriciales

En este trabajo se va a tratar con matrices. Una matriz es un ordenamiento o base de datos de elementos específicos. Este orden tiene forma rectangular, es decir que se distribuyen en filas y columnas.
El Objetivo del trabajo es lograr crear una proposición general de un binomio matricial, a partir de distintas fórmulas con incógnitas. Para poder hacer esto, se resolverán diversas operaciones con el fin de llegar a estas mismas fórmulas, luego se comprobarán las fórmulas encontradas mediante ejemplos.
Finalmente luego de hallar la proposición general, esta será comprobada del mismo modo, hallando además los límites qu e esta presenta, es decir hasta que punto la fórmula hallada puede ser empleada.

A partir de las matrices X= $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ e Y= $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ encontré, con el uso de la calculadora los valores de: X^2, X^3, X^4; Y^2, Y^3, Y^4. Inmediatamente pude encontrar una relación entre las respuestas de ambas matrices, con lo que hallé una fórmula para las expresiones X^n e Y^n.
A continuación muestro el proceso que llevé a cabo para hacerlo:

$$X^2 = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2^1 & 2^1 \\ 2^1 & 2^1 \end{bmatrix} = 2^1 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$X^3 = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2^2 & 2^2 \\ 2^2 & 2^2 \end{bmatrix} = 2^2 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$X^4 = \begin{bmatrix} 8 & 8 \\ 8 & 8 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2^3 & 2^3 \\ 2^3 & 2^3 \end{bmatrix} = 2^3 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Por consiguiente:

$$X^n = \begin{bmatrix} 2^{n-1} & 2^{n-1} \\ 2^{n-1} & 2^{n-1} \end{bmatrix} = 2^{n-1} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = 2^{n-1}.X$$

$$Y^2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2^1 & -2^1 \\ -2^1 & 2^1 \end{bmatrix} = 2^1 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Y^3 = \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2^2 & -2^2 \\ -2^2 & 2^2 \end{bmatrix} = 2^2 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Y^4 = \begin{bmatrix} 8 & -8 \\ -8 & 8 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2^3 & -2^3 \\ -2^3 & 2^3 \end{bmatrix} = 2^3 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Por consiguiente:

$$Y^n = \begin{bmatrix} 2^{n-1} & -2^{n-1} \\ -2^{n-1} & 2^{n-1} \end{bmatrix} = 2^{n-1} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = 2^{n-1}.Y$$

Una vez hecho esto, hallé los valores de $(X+Y)^1$, $(X+Y)^2$, $(X+Y)^3$ y $(X+Y)^4$, para encontrar la fórmula de la expresión $(X+Y)^n$ y así luego poder relacionar las respuestas de la misma forma como lo hice en el proceso anterior.

$$(X+Y)^1=\begin{bmatrix}2&0\\0&2\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}2^1&0\\0&2^1\end{bmatrix}=2^1\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$$

$$(X+Y)^2=\begin{bmatrix}4&0\\0&4\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}2^2&0\\0&2^2\end{bmatrix}=2^2\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$$

$$(X+Y)^3=\begin{bmatrix}8&0\\0&8\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}2^3&0\\0&2^3\end{bmatrix}=2^3\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$$

$$(X+Y)^4=\begin{bmatrix}16&0\\0&16\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}2^4&0\\0&2^4\end{bmatrix}=2^4\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$$

Por lo tanto:

$$(X+Y)^n=\begin{bmatrix}2^n&0\\0&2^n\end{bmatrix}=2^n\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}=2^n.(X+Y)$$

Luego, siendo las matrices A=aX y B=bY, tomé distintos valores constantes para a y b, y hallé con la calculadora A^2, A^3, A^4; B^2, B^3 y B^4. De la misma forma que en los procesos anteriores, encontré una relación entre las respuestas, con lo que pude hallar la fórmula para las expresiones A^n y B^n.

<u>Sea a=3</u>

$$A=3\begin{bmatrix}1&1\\1&1\end{bmatrix}\rightarrow 3\begin{bmatrix}2^0&2^0\\2^0&2^0\end{bmatrix}=3.2^0X$$

$$A^2=3^2\begin{bmatrix}2&2\\2&2\end{bmatrix}\rightarrow 3^2\begin{bmatrix}2^1&2^1\\2^1&2^1\end{bmatrix}=3^2.2^1X$$

$$A^3=3^3\begin{bmatrix}4&4\\4&4\end{bmatrix}\rightarrow 3^3\begin{bmatrix}2^2&2^2\\2^2&2^2\end{bmatrix}=3^3.2^2X$$

$$A^4=3^4\begin{bmatrix}8&8\\8&8\end{bmatrix}\rightarrow 3^4\begin{bmatrix}2^3&2^3\\2^3&2^3\end{bmatrix}=3^4.2^3X$$

<u>Sea a=6</u>

$$A=6\begin{bmatrix}1&1\\1&1\end{bmatrix}\rightarrow 6\begin{bmatrix}2^0&2^0\\2^0&2^0\end{bmatrix}=6.2^0X$$

$A^2 = 6^2\begin{bmatrix}2 & 2\\ 2 & 2\end{bmatrix} \rightarrow 6^2\begin{bmatrix}2^1 & 2^1\\ 2^1 & 2^1\end{bmatrix} = 6^2.2^1 X$

$A^3 = 6^3\begin{bmatrix}4 & 4\\ 4 & 4\end{bmatrix} \rightarrow 6^3\begin{bmatrix}2^2 & 2^2\\ 2^2 & 2^2\end{bmatrix} = 6^3.2^2 X$

$A^4 = 6^4\begin{bmatrix}8 & 8\\ 8 & 8\end{bmatrix} = 6^4\begin{bmatrix}2^3 & 2^3\\ 2^3 & 2^3\end{bmatrix} = 6^4.2^3 X$

<u>Sea a=8</u>

$A = 8\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix} = 8\begin{bmatrix}2^0 & 2^0\\ 2^0 & 2^0\end{bmatrix} = 8.2^0 X$

$A^2 = 8^2\begin{bmatrix}2 & 2\\ 2 & 2\end{bmatrix} = 8^2\begin{bmatrix}2^1 & 2^1\\ 2^1 & 2^1\end{bmatrix} = 8^2.2^1 X$

$A^3 = 8^3\begin{bmatrix}4 & 4\\ 4 & 4\end{bmatrix} = 8^3\begin{bmatrix}2^2 & 2^2\\ 2^2 & 2^2\end{bmatrix} = 8^3.2^2 X$

$A^4 = 8^4\begin{bmatrix}8 & 8\\ 8 & 8\end{bmatrix} = 8^4\begin{bmatrix}2^3 & 2^3\\ 2^3 & 2^3\end{bmatrix} = 8^4.2^3 X$

Por Consiguiente:

$A^n = a^n\begin{bmatrix}2^{n-1} & 2^{n-1}\\ 2^{n-1} & 2^{n-1}\end{bmatrix} = a^n.2^{n-1} X$

<u>Sea b=3</u>

$B = 3\begin{bmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{bmatrix} = 3\begin{bmatrix}2^0 & -2^0\\ -2^0 & 2^0\end{bmatrix} = 3.2^0 Y$

$B^2 = 3^2\begin{bmatrix}2 & -2\\ -2 & 2\end{bmatrix} = 3^2\begin{bmatrix}2^1 & -2^1\\ -2^1 & 2^1\end{bmatrix} = 3^2.2^1 Y$

$B^3 = 3^3\begin{bmatrix}4 & -4\\ -4 & 4\end{bmatrix} = 3^3\begin{bmatrix}2^2 & -2^2\\ -2^2 & 2^2\end{bmatrix} = 3^3.2^2 Y$

$B^4 = 3^4\begin{bmatrix}8 & -8\\ -8 & 8\end{bmatrix} = 3^4\begin{bmatrix}2^3 & -2^3\\ -2^3 & 2^3\end{bmatrix} = 3^4.2^3 Y$

<u>Sea b=6</u>

$$B=6\begin{bmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{bmatrix}=6\begin{bmatrix}2^0 & -2^0\\ -2^0 & 2^0\end{bmatrix}=6.2^0Y$$

$$B^2=6^2\begin{bmatrix}2 & -2\\ -2 & 2\end{bmatrix}=6^2\begin{bmatrix}2^1 & -2^1\\ -2^1 & 2^1\end{bmatrix}=6^2.2^1Y$$

$$B^3=6^3\begin{bmatrix}4 & -4\\ -4 & 4\end{bmatrix}=6^3\begin{bmatrix}2^2 & -2^2\\ -2^2 & 2^2\end{bmatrix}=6^3.2^2Y$$

$$B^4=6^4\begin{bmatrix}8 & -8\\ -8 & 8\end{bmatrix}=6^4\begin{bmatrix}2^3 & -2^3\\ -2^3 & 2^3\end{bmatrix}=6^4.2^3Y$$

<u>Sea b=8</u>

$$B=8\begin{bmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{bmatrix}=8\begin{bmatrix}2^0 & -2^0\\ -2^0 & 2^0\end{bmatrix}=8.2^0Y$$

$$B^2=8^2\begin{bmatrix}2 & -2\\ -2 & 2\end{bmatrix}=8^2\begin{bmatrix}2^1 & -2^1\\ -2^1 & 2^1\end{bmatrix}=8^2.2^1Y$$

$$B^3=8^3\begin{bmatrix}4 & -4\\ -4 & 4\end{bmatrix}=8^3\begin{bmatrix}2^2 & -2^2\\ -2^2 & 2^2\end{bmatrix}=8^3.2^2Y$$

$$B^4=8^4\begin{bmatrix}8 & -8\\ -8 & 8\end{bmatrix}=8^4\begin{bmatrix}2^3 & -2^3\\ -2^3 & 2^3\end{bmatrix}=8^4.2^3Y$$

Por consiguiente:

$$B^n = b^n\begin{bmatrix}2^{n-1} & -2^{n-1}\\ -2^{n-1} & 2^{n-1}\end{bmatrix}=b^n.2^{n-1}Y$$

Luego, para encontrar la fórmula de $(A+B)^n$, hallé el resultado de: $(A+B)^1$, $(A+B)^2$, $(A+B)^3$ y $(A+B)^4$, de esta manera, como lo hicimos anteriormente con $(X+Y)^n$, poder relacionar las respuestas para deducir la fórmula que buscamos. Realicé dos procesos. En el primero empleé valores de a y b, que en ambos casos coincidían:

<u>Sean a=3 y b=3</u>

$$(A+B)^1=\begin{bmatrix}6 & 0\\ 0 & 6\end{bmatrix}=3^1\begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{bmatrix}$$

$$(A+B)^2=\begin{bmatrix}36 & 0\\ 0 & 36\end{bmatrix}=3^2\begin{bmatrix}2^2 & 0\\ 0 & 2^2\end{bmatrix}$$

$(A+B)^3 = \begin{bmatrix} 216 & 0 \\ 0 & 216 \end{bmatrix} = 3^3 \begin{bmatrix} 2^3 & 0 \\ 0 & 2^3 \end{bmatrix}$

$(A+B)^4 = \begin{bmatrix} 1296 & 0 \\ 0 & 1296 \end{bmatrix} = 3^4 \begin{bmatrix} 2^4 & 0 \\ 0 & 2^4 \end{bmatrix}$

<u>Sean a=6 y b=6</u>

$(A+B)^1 = \begin{bmatrix} 12 & 0 \\ 0 & 12 \end{bmatrix} = 6^1 \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

$(A+B)^2 = \begin{bmatrix} 144 & 0 \\ 0 & 144 \end{bmatrix} = 6^2 \begin{bmatrix} 2^2 & 0 \\ 0 & 2^2 \end{bmatrix}$

$(A+B)^3 = \begin{bmatrix} 216 & 0 \\ 0 & 216 \end{bmatrix} = 6^3 \begin{bmatrix} 2^3 & 0 \\ 0 & 2^3 \end{bmatrix}$

$(A+B)^4 = \begin{bmatrix} 1296 & 0 \\ 0 & 1296 \end{bmatrix} = 6^4 \begin{bmatrix} 2^4 & 0 \\ 0 & 2^4 \end{bmatrix}$

<u>Sean a=8 y b=8:</u>

$(A+B)^1 = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} = 8^1 \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

$(A+B)^2 = \begin{bmatrix} 64 & 0 \\ 0 & 64 \end{bmatrix} = 8^2 \begin{bmatrix} 2^2 & 0 \\ 0 & 2^2 \end{bmatrix}$

$(A+B)^3 = \begin{bmatrix} 512 & 0 \\ 0 & 512 \end{bmatrix} = 8^3 \begin{bmatrix} 2^3 & 0 \\ 0 & 2^3 \end{bmatrix}$

$(A+B)^4 = \begin{bmatrix} 4096 & 0 \\ 0 & 4096 \end{bmatrix} = 8^4 \begin{bmatrix} 2^4 & 0 \\ 0 & 2^4 \end{bmatrix}$

Por lo tanto:

Si a=b, $(A+B)^n = a^n \begin{bmatrix} 2^n & 0 \\ 0 & 2^n \end{bmatrix}$

En el segundo proceso no empleé valores numéricos para a y b, sino utilicé las mismas letras y obtuve los siguientes resultados:

$(A+B)^1 = \begin{bmatrix} a+b & a-b \\ a-b & a+b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2^0(a^1+b^1) & 2^0(a^1-b^1) \\ 2^0(a^1-b^1) & 2^0(a^1+b^1) \end{bmatrix} = 2^0 \begin{bmatrix} a+b & a-b \\ a-b & a+b \end{bmatrix}$

$(A+B)^2 = \begin{bmatrix} 2^1(a^2+b^2) & 2^1(a^2-b^2) \\ 2^1(a^2-b^2) & 2^1(a^2+b^2) \end{bmatrix} = 2^1 \begin{bmatrix} a^2+b^2 & a^2-b^2 \\ a^2-b^2 & a^2+b^2 \end{bmatrix}$

$(A+B)^3 = \begin{bmatrix} 2^2(a^3+b^3) & 2^2(a^3-b^3) \\ 2^2(a^3-b^3) & 2^2(a^3+b^3) \end{bmatrix} = 2^2 \begin{bmatrix} a^3+b^3 & a^3+b^3 \\ a^3+b^3 & a^3+b^3 \end{bmatrix}$

$(A+B)^4 = \begin{bmatrix} 2^3(a^4+b^4) & 2^3(a^4-b^4) \\ 2^3(a^4-b^4) & 2^3(a^4+b^4) \end{bmatrix} = 2^3 \begin{bmatrix} a^4+b^4 & a^4+b^4 \\ a^4+b^4 & a^3+b^4 \end{bmatrix}$

Por lo tanto:

$(A+B)^n = \begin{bmatrix} 2^{n-1}(a^n+b^n) & 2^{n-1}(a^n-b^n) \\ 2^{n-1}(a^n-b^n) & 2^{n-1}(a^n+b^n) \end{bmatrix} = 2^{n-1} \begin{bmatrix} a^n+b^n & a^n-b^n \\ a^n-b^n & a^n+b^n \end{bmatrix}$

Ahora, a partir de la matriz M= $\begin{bmatrix} a+b & a-b \\ a-b & a+b \end{bmatrix}$:

-Pude comprobar que M= A+B

Aplicando la fórmula: A+B = $2^0 \begin{bmatrix} a+b & a-b \\ a-b & a+b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+b & a-b \\ a-b & a+b \end{bmatrix} = M$

-También comprobé que $M^2 = A^2 + B^2$

Primero hallé: $M^2 = \begin{bmatrix} 2\ (a^2+b^2) & 2\ (a^2-b^2) \\ 2\ (a^2-b^2) & 2\ (a^2+b^2) \end{bmatrix}$

Aunque pude haber resuelto esta operación multiplicando MxM, no fue algo necesario pues M tiene el mismo valor que (A+B), y por lo tanto el resultado de M^2 es el mismo que obtuve anteriormente al hallar $(A+B)^2$

Dado esto procedí a resolver: $A^2 + B^2$

$A^2 = \begin{bmatrix} a & a \\ a & a \end{bmatrix} X \begin{bmatrix} a & a \\ a & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^2+a^2 & a^2+a^2 \\ a^2+a^2 & a^2+a^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a^2 & 2a^2 \\ 2a^2 & 2a^2 \end{bmatrix}$

$B^2=\begin{bmatrix} b & b \\ b & b \end{bmatrix} X \begin{bmatrix} b & b \\ b & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b^2+b^2 & -b^2-b^2 \\ -b^2-b^2 & b^2+b^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2b^2 & -2b^2 \\ -2b^2 & 2b^2 \end{bmatrix}$

$A^2+B^2=\begin{bmatrix} 2a^2 & 2a^2 \\ 2a^2 & 2a^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2b^2 & -2b^2 \\ -2b^2 & 2b^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\ (a^2+b^2) & 2\ (a^2-b^2) \\ 2\ (a^2-b^2) & 2\ (a^2+b^2) \end{bmatrix} = M^2$

A partir de lo hallado anteriormente, en donde comprobamos que $M^2=A^2+B^2$, deducimos por lo tanto que $M^n=A^n+B^n$. Gracias a esto pude obtener la siguiente proposición general:

$$\boxed{M^n=(A+B)^n}$$

Luego para comprobar la proposición hallada, utilicé distintos valores para reemplazar a, b y n.

<u>Sean a=6, b=4 y n=2</u>

$(A+B)^n= 2^{n-1}\begin{bmatrix} a^n+b^n & a^n-b^n \\ a^n-b^n & a^n+b^n \end{bmatrix} \rightarrow (A+B)^2= 2^{2-1}\begin{bmatrix} 6^2+4^2 & 6^2-4^2 \\ 6^2-4^2 & 6^2+4^2 \end{bmatrix} = \boxed{2\begin{bmatrix} 52 & 20 \\ 20 & 52 \end{bmatrix}}$

$A=aX= 6\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 6 & 6 \end{bmatrix}$ $B=bY= 4\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ -4 & 4 \end{bmatrix}$

$A+B= \begin{bmatrix} 10 & 2 \\ 2 & 10 \end{bmatrix}$

$(A+B)^2=\begin{bmatrix} 10 & 2 \\ 2 & 10 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 10 & 2 \\ 2 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 104 & 40 \\ 40 & 104 \end{bmatrix} = \boxed{2\begin{bmatrix} 52 & 20 \\ 20 & 52 \end{bmatrix}}$

<u>Sean a=3, b=2 y n=3</u>

$(A+B)^3= 2^{3-1}\begin{bmatrix} 3^3+2^3 & 3^3-2^3 \\ 3^3-2^3 & 3^3+2^3 \end{bmatrix} = \boxed{2^2\begin{bmatrix} 35 & 19 \\ 19 & 35 \end{bmatrix}}$

$A=aX= 3\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ $B=bY= 2\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$

$A+B= \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

$(A+B)^3=\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 140 & 76 \\ 76 & 140 \end{bmatrix} = \boxed{2^2\begin{bmatrix} 35 & 19 \\ 19 & 35 \end{bmatrix}}$

Sean a=2, b=5 y n=4

$$(A+B)^4 = 2^{4-1}\begin{bmatrix} 2^4+5^4 & 2^4-5^4 \\ 2^4-5^4 & 2^4+5^4 \end{bmatrix} = \boxed{2^3\begin{bmatrix} 641 & -609 \\ -609 & 641 \end{bmatrix}}$$

$$A = aX = 2\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \quad B = bY = 5\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -5 \\ -5 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A+B = \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -3 & 7 \end{bmatrix}$$

$$(A+B)^3 = \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -3 & 7 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -3 & 7 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -3 & 7 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -3 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5128 & -4872 \\ -4872 & 5128 \end{bmatrix} = \boxed{2^3\begin{bmatrix} 641 & -609 \\ -609 & 641 \end{bmatrix}}$$

Para poder saber los alcances y limitaciones de la proposición genera l hallada, le proporcioné a las incógnitas valores negativos y decimales. No probé con fracciones puesto que estas se pueden ser convertidas a decimales, y nos daría el mismo resultado que reemplazando con los mismos decimales.

Sean a=-2 y b=-3 y n=2

$$M^2 = -2^2\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^2 + 3^2\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}^2 =$$

$$4\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} + 9\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 8 \\ 8 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 18 & -18 \\ -18 & 18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 26 & -10 \\ -10 & 26 \end{bmatrix}$$

Sean a=0.5, b=2.50 y n=2

$$M^2 = 0.5^2\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^2 + 2.50^2\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}^2 = 0.25\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} + 6.25\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} 12.5 & -12.5 \\ -12.5 & 12.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & -12 \\ -12 & 13 \end{bmatrix}$$

Sólo usé números naturales al reemplazar "n" debido a el exponente no puede ser una fracción, ya que no es posible sacarle raíz a una matriz. Además, este tampoco puede ser cero o un número negativo puesto a que por la misma razón explicada anteriormente, tampoco nos sería posible formar una matriz. Por lo tanto n Є $\mathbb{N}$. Las demás incógnitas, a y b, pueden ser reemplazadas con diversos valores, sin excepciones.

Una forma de expresar la proposición general puede ser también mediante el siguiente método algebraico:

Sabiendo que A+B=aX+b Y

$(A+B)^2=a^2x^2+2abxy+b^2y^2= a^2\begin{bmatrix}2 & 2\\ 2 & 2\end{bmatrix}+2db\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}x\begin{bmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{bmatrix}+b^2\begin{bmatrix}2 & -2\\ -2 & 2\end{bmatrix}=$

$$\begin{bmatrix}2a^2 & 2a^2\\ 2a^2 & 2a^2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2b^2 & -2b^3\\ -2b^2 & 2b^2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2a^2+2b^2 & 2a^2+2b^2\\ 2a^2+2b^2 & 2a^2+2b^2\end{bmatrix}=2\begin{bmatrix}a^2+b^2 & a^2-b^2\\ a^2-b^2 & a^2+b^2\end{bmatrix}$$

$(A+B)^n= 2^{n-1}\begin{bmatrix}a^n+b^n & a^n-b^n\\ a^n-b^n & a^n+b^n\end{bmatrix}$

En conclusión podemos decir que hemos encontrado una proposición general para un binomio matricial, luego de generalizar distintas fórmulas. Estas pudieron darse reemplazando las incógnitas y buscando una relación entre los resultados de las diversas operaciones. La proposición hallada muestra tener un gran alcance, limitándose a que el exponente sea necesariamente un número natural. Finalmente hemos podido usar un método algebraico, como otro modo distinto al anterior de poder explicar la forma en que esta proposición fue obtenida.